

Dan ZAHARIA  
Maria ZAHARIA  
Sorin PELIGRAD

**matematică**  
**aritmetică**  
**algebră**  
**geometrie**

**clasa a V-a**

**partea I**

ediția a XIV-a



**mate 2000 – consolidare**

## Cuprins

<b>RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ</b> .....	5
1. Exerciții și probleme recapitulative.....	5
2. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	10
<i>Test de autoevaluare</i> .....	13
<b>Capitolul I. NUMERE NATURALE</b> .....	15
<b>Unitatea 1. Numere naturale</b> .....	16
1. Scrierea și citirea numerelor naturale.....	16
2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Estimări, aproximări.....	21
3. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	27
<i>Test de autoevaluare</i> .....	31
<b>Unitatea 2. Operații cu numere naturale</b> .....	34
1. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți .....	34
2. Scăderea numerelor naturale .....	39
3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul operațiilor de adunare și de scădere.....	43
4. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	46
<i>Test de autoevaluare</i> .....	49
5. Înmulțirea numerelor naturale; proprietăți. Factor comun .....	51
6. Împărțirea numerelor naturale.....	55
7. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul .....	60
8. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor .....	64
9. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	68
<i>Test de autoevaluare</i> .....	71
<b>Unitatea 3. Puteri</b> .....	74
1. Puteri cu exponent natural ale unui număr natural.....	74
2. Compararea și ordonarea puterilor. Reguli de comparare .....	77
3. Pătratul și cubul unui număr natural. Pătrate perfecte.....	79
4. Operații cu puteri. Ordinea efectuării operațiilor .....	82
5. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2.....	86
6. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	90
<i>Test de autoevaluare</i> .....	93
<b>Unitatea 4. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor</b> .....	96
1. Metoda reducerii la unitate.....	96
2. Metoda comparației.....	98
3. Metoda figurativă.....	102

4. Metoda mersului invers.....	105
5. Metoda falsei ipoteze .....	108
6. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	111
<i>Test de autoevaluare .....</i>	<i>115</i>
<b>Unitatea 5. Divizibilitatea numerelor naturale.....</b>	<b>118</b>
1. Divizor. Multiplu. Divizor comun. Multiplu comun.....	118
2. Aplicații ale divizibilității (Numere pare și numere impare).....	121
3. Criterii de divizibilitate .....	123
4. Numere prime. Numere compuse.....	125
5. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	128
<i>Test de autoevaluare .....</i>	<i>131</i>
<b>Capitolul II. FRAȚII ORDINARE. FRAȚII ZECIMALE.....</b>	<b>134</b>
<b>Unitatea 1. Frații ordinare .....</b>	<b>135</b>
1. Frații ordinare. Reprezentarea fracțiilor prin desene .....	135
2. Frații subunitare, echiunitare și supraunitare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție.....	138
3. Frații echivalente.....	141
4. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile.....	143
5. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare. Compararea și ordonarea fracțiilor ordinare .....	146
6. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	152
<i>Test de autoevaluare .....</i>	<i>157</i>
<b>Unitatea 2. Operații cu fracții ordinare .....</b>	<b>160</b>
1. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare.....	160
2. Înmulțirea fracțiilor ordinare.....	165
3. Împărțirea fracțiilor ordinare.....	170
4. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare .....	174
5. Frații dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară. Procente.....	180
6. Recapitulare și sistematizare prin teste .....	183
<i>Test de autoevaluare .....</i>	<i>189</i>
<b>Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....</b>	<b>192</b>
<b>Teste recapitulative .....</b>	<b>194</b>
<b>Probleme date la concursuri școlare .....</b>	<b>203</b>
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....</b>	<b>207</b>

# Recapitulare și evaluare inițială

## PP Competențe generale și specifice (conform programei clasei a IV-a)

### 1. Identificarea unor relații/regularități din mediul apropiat

- 1.1. Explicarea unor modele/regularități pentru crearea de raționamente proprii
- 1.2. Generarea unor modele repetitive/regularități

### 2. Utilizarea numerelor în calcule

- 2.1. Recunoașterea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000 și a fracțiilor cu numitori mai mici sau egali cu 10, respectiv egali cu 100
- 2.2. Compararea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000, respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100
- 2.3. Ordonarea numerelor naturale în concentrul 0 - 1 000 000 și respectiv a fracțiilor care au același numărător sau același numitor, mai mic sau egal cu 10 sau numitor egal cu 100
- 2.4. Efectuarea de adunări și scăderi de numere naturale în concentrul 0 - 1 000 000 sau cu numere fracționare
- 2.5. Efectuarea de înmulțiri de numere în concentrul 0 - 1 000 000 când factorii au cel mult trei cifre și de împărțiri la numere de o cifră sau două cifre

### 3. Explorarea caracteristicilor geometrice ale unor obiecte localizate în mediul apropiat

- 3.1. Explorarea caracteristicilor, relațiilor și a proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte
- 3.2. Explorarea caracteristicilor, relațiilor și proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte

### 4. Utilizarea unor etaloane convenționale pentru măsurări și estimări

- 4.1. Utilizarea unor instrumente și unități de măsură standardizate, în situații concrete, inclusiv pentru validarea unor transformări
- 4.2. Operarea cu unități de măsură standardizate, folosind transformări

### 5. Rezolvarea de probleme în situații familiare

- 5.1. Utilizarea terminologiei specifice și a unor simboluri matematice în rezolvarea și/sau compunerea de probleme cu raționamente diverse
- 5.2. Organizarea datelor în tabele și reprezentarea lor grafică
- 5.3. Rezolvarea de probleme cu operațiile aritmetice studiate, în concentrul 0 - 1 000 000

## PE 1. Exerciții și probleme recapitulative

1. a) Scrieți cu cifre numerele:
  - patru sute paisprezece mii nouăzeci;
  - două sute de mii două sute cincisprezece;
  - optzeci și opt de mii șase;
  - șapte sute trei mii douăzeci și trei.
- b) Scrieți cu cifre numerele care au:
  - 64 de sute și 5 unități;
  - 900 de zeci și 7 unități;
  - 500 de mii și 32 de unități;
  - 8 unități și 51 de mii.
2. a) Care este cifra unităților și câte unități are numărul 20 347?
- b) Care este cifra zecilor și câte zeci are numărul 20 347?
- c) Care este cifra sutelor și câte sute are numărul 20 347?
- d) Care este cifra miilor și câte mii are numărul 20 347?
- e) Care este cifra zecilor de mii și câte zeci de mii are numărul 20 347?

**59.** Calculați și efectuați transformările:

- a)  $27 \text{ g} + 34 \text{ g} = ? \text{ dg}$ ;                      b)  $680 \text{ g} - 12 \text{ dag} = ? \text{ g}$ ;  
c)  $50 \text{ mg} + 300 \text{ mg} = ? \text{ cg}$ ;                d)  $68 \text{ hg} - 100 \text{ dag} = ? \text{ dag}$ ;  
e)  $4 \text{ 200 kg} + 500 \text{ kg} = ? \text{ q}$ ;                f)  $47 \text{ kg} - 210 \text{ dag} = ? \text{ hg}$ ;  
g)  $420 \text{ q} + 30 \text{ q} = ? \text{ t}$ ;                      h)  $300 \text{ cg} - 12 \text{ dg} = ? \text{ dg}$ .

**60.** Știind că  $a = 10$  și  $b = 7$ , calculați:

- a)  $(2 \cdot a + 3 \cdot b) \cdot (a - b)$ ;    b)  $(3 \cdot a - b) \cdot (2 \cdot a + b)$ ;    c)  $(a + b) \cdot (2 \cdot a + 5 - 3 \cdot b)$ .

**61.** Numărul notelor de 9 primite la evaluarea din semestrul al doilea reprezintă  $\frac{1}{5}$  din

numărul notelor de 7 primite la aceeași lucrare. Știind că numărul elevilor care au primit nota 7 este cu 8 mai mare decât numărul elevilor care au primit nota 9, calculați câți elevi au primit nota 9 și câți elevi au primit nota 7.

**62.** Fie  $a = 127 - 3 \cdot 12$ ,  $b = 134 + 2 \cdot 17 + 432 : 4 : 3$  și  $c = 17 \cdot 12 - 576 : 6 : 4 - 12$ . Calculați:

- a)  $11 \cdot a - 3 \cdot (b - c)$ ;    b)  $3 \cdot a + 2 \cdot b - c$ ;    c)  $4 \cdot (a + b) - 5c$ .

**63.** Fie numerele:  $a = 40 + 60 : 2 - 20$ ,  $b = (17 + 17 \cdot 4) : 17$  și  $c = (37 \cdot 3 - 37) : 74$ . Calculați  $5 \cdot a + 4 \cdot b - 3 \cdot c + 33$ .

**64.** Scrieți în ordine crescătoare numerele:

- $A = 7 \text{ 360} - [(5 + 206 \cdot 8) - 709]$ ;                       $B = 6 + 8 \cdot [14 \cdot 6 + 3 \cdot (7 \cdot 9 - 4 \cdot 5)]$ ;  
 $C = 2 + 10 \cdot [632 + 10 \cdot (14 + 14 : 7)]$ ;  
 $D = 40 + 3 \cdot \{32 : 8 + 3 \cdot [50 + 3 \cdot (200 : 4 - 98 : 2)]\}$ .

**65.** Știind că  $a + b = 14$  și  $b + c = 9$ , calculați:

- a)  $2 \cdot a + 5 \cdot b + 3 \cdot c$ ;    b)  $3 \cdot a + 5 \cdot b + 2 \cdot c$ ;    c)  $a + 8 \cdot b + 7 \cdot c$ .

**66.** Aflați  $x$  din:

- a)  $(12 + x) + 14 = 4 \cdot x - 4$ ;                      b)  $(3 \cdot x + 2) : 4 - 2 = 3$ ;  
c)  $[(x + 3) \cdot 3 + 3] \cdot 3 + 3 = 102$ ;                d)  $5 \cdot x : 2 = 2 \text{ 525}$ .

**67.** Alexandra, Andreea și Adi au împreună 100 de lei. Alexandra și Andreea au împreună 55 de lei, iar Adi și Andreea au împreună 75 de lei. Câți lei rămân fiecăruia dacă la restaurant Alexandra a cumpărat o salată de pui și un suc de mere, Adi o salată de ton și un suc de pere, Andreea o salată de fructe și un suc de pere, iar în lista de prețuri figura: salată de ton 4 lei, salată de pui 3 lei, suc de pere 1 lei, suc de mere 2 lei, salată de fructe 3 lei?

**68.** Alexandra citește o carte. Luni citește  $\frac{1}{4}$  din carte, marți citește  $\frac{1}{4}$  din ce i-a mai rămas și așa mai departe, până vineri când schimbă regula, citind câte o treime din ce îi mai rămâne din ziua precedentă. Duminică, după ce a citit  $\frac{1}{3}$  din cât mai avea, constată că mai are de citit 24 de pagini. Câte pagini are cartea Alexandrei?

**69.** Mihaela și Andreea rezolvă probleme din *Gazeta Matematică*. Numărul problemelor rezolvate de Mihaela reprezintă  $\frac{7}{4}$  din numărul problemelor rezolvate de Andreea. Se știe,

de asemenea, că Andreea a rezolvat cu 120 de probleme mai puține decât Mihaela. Câte probleme a rezolvat fiecare?

**70.** a) În anul 2012, la Constanța s-a desfășurat cea de-a 63-a Olimpiadă Națională de Matematică. Scrieți cu cifre romane numărul 63.

b) Ultimul capitol al unei cărți este capitolul XXVIII. Câte capitole are cartea?

\* TESTUL 1 \*

**I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.**

1. Rezultatul calculului  $40 + 60 : (3 \cdot 50 \cdot 5 : 750)$  este .....
2. Suma numerelor 411 și 1 999 este mai mare decât diferența numerelor 1 009 și 409 cu .....
3. Produsul numerelor 75 și 15 este mai mare decât câtul numerelor 60 și 4 de ... ori.

**II. Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect.**

1. Suma a două numere este 162. Dacă împărțim primul număr la al doilea obținem câtul 2 și restul 12. Cel mai mic dintre numere este:  
A. 75;                      B. 62;                      C. 50;                      D. 12.
2. Diferența a două numere este 62. Dacă împărțim primul număr la al doilea obținem câtul 2 și restul 12. Cel mai mare dintre numere este:  
A. 112;                      B. 162;                      C. 62;                      D. 87.
3. Sorina crește 25 de porumbei albi și gri. Numărul porumbeilor albi este de 4 ori mai mare decât numărul porumbeilor gri. Numărul porumbeilor gri crescuți de Sorina este egal cu:  
A. 5;                          B. 4;                          C. 6;                          D. 10.

**III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.**

1. Cel mai mare număr par care are trei cifre distincte este 986.
2. Numărul care împărțit la 7 dă câtul 28 și restul 5 este 201.
3. Numărul 2 024 este de 4 ori mai mare decât 560.


**IV. Uniți, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.**

- | A                      | B         |
|------------------------|-----------|
| 1. $3\,047 + 583 =$    | a) 3 631; |
| 2. $5\,003 - 1\,372 =$ | b) 3 637; |
| 3. $21\,822 : 6 =$     | c) 3 630; |
|                        | d) 3 641. |

**V. Scrieți rezolvările complete.**

1. Calculați:  
 $a = (9 \cdot 8 + 7 + 6) : (3 + 2) + 1$ ,  $b = 800 : 80 - 80 : 8$  și  $c = 7 \cdot a - 3 \cdot b$ .
2. Scrieți cu cifre romane numerele:  
a) 365;                      b) 1 442;                      c) 1 974.

# Capitolul I

## Numere naturale

### PP Competențe specifice

#### Exemple de activități de învățare

##### 1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate

- Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal
- Identificarea unor numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conține date referitoare la o situație practică
- Identificarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale
- Identificarea unei metode aritmetice adecvate pentru rezolvarea unei probleme date

##### 2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora

- Efectuarea operațiilor aritmetice cu numere naturale
- Efectuarea de calcule utilizând factorul comun
- Efectuarea operațiilor cu puteri utilizând regulile de calcul specifice
- Reprezentarea datelor dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate

##### 3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate

- Utilizarea algoritmului împărțirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărțitul și împărțitorul au una sau mai multe cifre
- Aproximarea/estimarea rezultatelor obținute prin utilizarea algoritmului împărțirii
- Calcularea unor expresii numerice care conțin paranteze (rotunde, pătrate și acolade), cu respectarea ordinii efectuării operațiilor
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale
- Determinarea unui număr natural pe baza unor condiții impuse cifrelor sale (de exemplu, determinați numerele de forma  $\overline{a2b5}$ , știind că produsul cifrelor sale este 120)

##### 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparații, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale

- Reprezentarea pe axa numerelor a unui număr natural, utilizând compararea și ordonarea numerelor naturale
- Justificarea estimărilor rezultatelor unor calcule cu numere naturale
- Justificarea scrierii unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat
- Exprimarea unor numere naturale de două cifre ca produs de numere prime

##### 5.1. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- Evidențierea avantajelor folosirii proprietăților operațiilor cu numere naturale în diferite contexte

- Analizarea faptului că un număr este sau nu pătratul unui număr natural (utilizând ultima cifră, încadrarea între pătratele a două numere naturale consecutive)
- Determinarea unor numere naturale care respectă anumite condiții (de exemplu, determinați numerele prime  $a$  și  $b$ , știind că  $3a + 2b = 16$ )
- Compararea a două numere naturale scrise sub formă de puteri folosind aducerea la aceeași bază sau la același exponent
- Aplicarea criteriilor de divizibilitate a numerelor naturale pentru situații cotidiene
- Estimarea ordinului de mărime a numerelor de forma  $2n$ , pornind de la probleme practice (de exemplu, foi de hârtie îndoite consecutiv, povestea tablei de șah)
- Realizarea unor estimări utilizând procente (de exemplu, cunoscând numărul elevilor de gimnaziu dintr-un oraș și faptul că aproximativ 2% dintre aceștia studiază un instrument muzical, estimați numărul de elevi de gimnaziu care studiază un instrument muzical)
- Stabilirea valorii de adevăr a unui enunț matematic cu numere naturale, folosind metode aritmetice

### 6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului

- Modelarea unor probleme practice utilizând metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers)
- Evidențierea unor situații în care metoda de rezolvare propusă este aplicată incorect
- Exemplificarea, folosind gândirea critică, a unor probleme cu date insuficiente, a unor probleme cu date contradictorii
- Formularea unei probleme pe baza unei scheme sau reguli date și rezolvarea acesteia prin metode aritmetice (metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers)

## Unitatea 1. Numere naturale

### PE-PP 1. Scrierea și citirea numerelor naturale



Numerele se scriu cu ajutorul unor simboluri (semne grafice).

**Exemplu:** Pentru numărul 10 egiptenii au folosit simbolul „∩”, babilonienii au folosit simbolul „<”, iar romanii au folosit simbolul „X”.

După felul de ordonare și de grupare a simbolurilor folosite, se poate vorbi de două **moduri de scriere a numerelor:**

- scrierea **nepozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri romane);
- scrierea **pozițională** (de exemplu, scrierea cu simboluri arabe).

Scrierea numerelor folosită în clasele I-IV este o scriere pozițională, care folosește **zece simboluri**, numite **cifre arabe**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea unui număr, cifrele se pot repeta sau nu. Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în baza zece** sau **scriere în sistemul zecimal**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

În acest sistem de numerație, 10 **unități** formează o grupă numită **zece**; 10 grupe de 10 formează o nouă grupă numită **sută**; 10 grupe de o sută formează o nouă grupă numită **mie** etc.

Scrierea în baza 10 este o **scriere pozițională**: fiecare cifră are o anumită **valoare** după locul (poziția) unde este scrisă.

**Exemplu:** În scrierea numărului 123 437 653, cifra 3 apare de trei ori și, de la dreapta la stânga, ea are următoarele valori: **3 unități, 3 zeci de mii și 3 milioane**.

**Observație:** Numerația în baza 10 se pare că a fost inventată de indieni și preluată de europeni datorită arabilor. Originea numerației în baza 10 este foarte probabil să fie cele 10 degete de la cele două mâini ale omului.

**Un număr natural oarecare de două cifre** se reprezintă prin scrierea  $\overline{ab}$ , unde  $a$  și  $b$  desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu  $a \neq 0$ . Adică:

$$\overline{ab} = a \cdot 10 + b.$$

**Exemple:**  $17 = 1 \cdot 10 + 7$ ;  $53 = 5 \cdot 10 + 3$ ;  $77 = 7 \cdot 10 + 7$ .

**Un număr natural oarecare de trei cifre** se reprezintă prin scrierea  $\overline{abc}$ , unde  $a$ ,  $b$  și  $c$  desemnează cifre (nu neapărat diferite), cu  $a \neq 0$ . Adică:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

**Exemple:**  $357 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$ ;  $629 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$ ;  $888 = 8 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 8$ .

**Numerele naturale scrise în ordinea: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ... formează șirul numerelor naturale.**

Dacă  $n$  este un număr natural oarecare, atunci  $n - 1$  este **predecesorul** său,  $n + 1$  este **succesorul** său, iar numerele  $n - 1$  și  $n$ , respectiv  $n$  și  $n + 1$  se numesc **numere consecutive**.

Pentru a citi un număr natural, scris în baza 10, se grupează cifrele câte trei, de la dreapta la stânga. Aceste grupe sunt numite **clase**. Fiecare clasă se compune din **unități, zeci și sute**. La citirea numerelor în baza 10 se poate folosi schema:

sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
<b>clasa miliardelor</b>			<b>clasa milioaneilor</b>			<b>clasa miilor</b>			<b>clasa unităților</b>		

**Exemplu:**

Citiți numerele: a) 2 043 571; b) 4 001 307 156; c) 157 000 429 000.

**Rezolvare:** Se grupează cifrele numărului, de la dreapta la stânga, conform schemei de mai sus și se citește:

- doi milioane patruzeci și trei de mii cinci sute șaptezeci și unu;
- patru miliarde un milion trei sute șapte mii o sută cincizeci și șase;
- o sută cincizeci și șapte de miliarde patru sute douăzeci și nouă de mii.

**Observație:** Romanii foloseau pentru scrierea numerelor naturale următoarele simboluri: I, V, X, L, C, D, M, numite **cifre romane**.

Valorile cifrelor romane sunt: I are valoarea cifrei 1, V are valoarea cifrei 5, X are valoarea numărului 10, L are valoarea numărului 50, C are valoarea numărului 100, D are valoarea numărului 500 și M are valoarea numărului 1 000.

Sistemul de scriere folosit de romani nu era nici zecimal, nici pozițional.

La citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane trebuie să ținem cont de următoarele **reguli**:

1. O cifră cu o valoare **mai mică sau egală** scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare indică o sumă.

**Exemple:** XII = 10 + 1 + 1 = 12;  
XXV = 10 + 10 + 5 = 25;  
MDL = 1 000 + 500 + 50 = 1 550.

2. O cifră cu o valoare **mai mică** scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare indică o diferență.

**Exemple:** IX = 10 - 1 = 9; XL = 50 - 10 = 40; XC = 100 - 10 = 90;  
CD = 500 - 100 = 400; CM = 1 000 - 100 = 900.

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult trei ori.

4. Nu se pot repeta consecutiv cifrele V, L, D și nu se pot scădea.

5. Orice cifră (sau grup de cifre) care are o linie deasupra este multiplicată de 1 000 de ori.

**Exemple:**  $\overline{X}$  reprezintă 10 000;  $\overline{L}$  reprezintă 50 000;  $\overline{XC}$  reprezintă 90 000.

6. Pentru a scrie numere cu cifre romane se poate face divizarea numărului în mii, sute, zeci și unități.

**Exemple:** 24 = 20 + 4 și 20 = XX, 4 = IV, iar numărul se scrie 24 = XXIV;  
342 = 300 + 40 + 2 și 300 = CCC, 40 = XL, 2 = II, iar numărul se scrie 342 = CCCXLII;  
1 957 = 1 000 + 900 + 50 + 7 și avem 1 000 = M, 900 = CM, 50 = L, 7 = VII, iar numărul se scrie 1 957 = MCMLVII.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere \*

1. Scrieți în baza 10, cu cifre arabe, numerele:

- |                              |   |
|------------------------------|---|
| a) două sute trei;           | b) șapte sute patruzeci;                  |
| c) nouă mii nouă;            | d) cincizeci și șapte de mii patru sute;  |
| e) trei miliarde patru sute; | f) douăzeci și două de miliarde treizeci. |

2. Citiți următoarele numere naturale:

- a) 301; 15 070; 301 007; 2 000 510; 370 501 407;  
b) 149 803; 40 731; 450 031 024; 204 030.

3. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a) o mie opt;                        | b) unsprezece mii șaptezeci și opt;                  |
| c) două sute trei mii șase sute unu; | d) un milion șaizeci și două de mii trei sute cinci. |

4. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care are cifra zecilor 7?

b) Care este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte care are cifra sutelor 6?

c) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre care are cifra sutelor 6?

5. Scrieți toate numerele naturale:

- a) mai mici decât 8;  
b) mai mici sau cel mult egale cu 12;  
c) mai mari decât 5 și mai mici decât 15;  
d) mai mari sau cel puțin egale cu 3 și mai mici sau cel mult egale cu 17.

- 6.** Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
- a) 127;                      b) 2 137;                      c) 53;                      d) 27 385;  
e) 705;                      f) 230;                      g) 20 035;                      h) 705 102.
- 7.** Fie  $a, b, c, d$  cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
- a)  $\overline{abc}$ ;                      b)  $\overline{ab}$ ;                      c)  $\overline{abcd}$ ;                      d)  $\overline{aab}$ ;  
e)  $\overline{aaaa}$ ;                      f)  $\overline{a0b}$ ;                      g)  $\overline{ab0cd}$ ;                      h)  $\overline{aab0c0}$ .
- 8.** Scrieți pozițional, în baza 10, următoarele sume:
- a)  $3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$ ;                      b)  $5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$ ;  
c)  $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$ ;                      d)  $4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$ .
- 9.** Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere ca numere naturale în sistemul zecimal:
- a)  $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$ ;  
b)  $3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3$ ;  
c)  $3 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 10 + 7$ .
- 10.** Se știe că  $a, b, c, d$  sunt cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere ca numere în sistemul zecimal:
- a)  $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ ;                      b)  $a \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ ;  
c)  $100a + 10a + a$ ;                      d)  $1\,000a + 10b + c$ ;  
e)  $10\,000a + 1\,000b + 100a + 10b + c$ ;                      f)  $1\,000a + 100b$ ;  
g)  $1\,000a + 10b + c$ ;                      h)  $10\,000a + 1\,000b + 10c$ .
- 11.** Scrieți cu ajutorul literelor un număr natural:
- a) de patru cifre, astfel încât primele două cifre sunt identice;  
b) de patru cifre, cu cifra sutelor 7 și cifra zecilor 2.
- 12.** Scrieți cu cifre romane numerele: 37, 42, 735, 1 992, 2 001, 3 757.
- 13.** Scrieți cu cifre arabe numerele: CIV; CDLXXV; CMXXXVIII; MCMXCVIII.
- 14.** Citiți numerele: XXVII, XLVI, XIV, XXII, LX, MCM, CIX, DCXX, MCMIV, XLVIII,  $\overline{X}$ ,  $\overline{XC}$ ,  $\overline{L}$ ,  $\overline{XL}$ ,  $\overline{XCV}$ .
- 15.** Scrieți cu cifre romane următoarele numere scrise cu cifre arabe:
- a) 37;                      b) 145;                      c) 2 769;                      d) 957;                      e) 2 000.
- 16.** Scrieți cu cifre arabe următoarele numere scrise cu cifre romane:
- a) XIV;                      b) XXVII;                      c) MDCCLXXXVI;                      d) MCMLX.

**PE Aplicare și exersare \*\***

- 17.** Scrieți toate numerele de trei cifre distincte ce se pot forma utilizând cifrele:
- a) 1, 7, 4;                      b) 5, 0, 9.
- 18.** Aflați cel mai mic număr natural în fiecare dintre situațiile:
- a) este de forma  $\overline{abc}$ ;                      b) este de forma  $\overline{abc}$  și  $a \neq b \neq c \neq a$ ;  
c) este de forma  $\overline{aab}$ ;                      d) este de forma  $\overline{aalbc}$  și  $a \neq b \neq c \neq a$ .
- 19.** Aflați cel mai mare număr natural în fiecare dintre situațiile:
- a) este de forma  $\overline{aa}$ ;                      b) este de forma  $\overline{abc}$ ;  
c) este de forma  $\overline{abc}$  și  $a \neq b \neq c \neq a$ ;                      d) este de forma  $\overline{a9bb}$  și  $a \neq b$ .
- 20.** Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma  $\overline{albb}$ , cu  $a \neq b \neq 1$ .
- 21.** Scrieți numerele naturale de forma  $\overline{xy56}$  pentru care  $x + y = 5$ ,  $x \neq y$ .

- 22.** Scrieți toate numerele naturale de forma  $\overline{xyzt}$  în care  $x, y, z, t$  sunt:
- numere consecutive cu  $x < y < z < t$ ;
  - numere consecutive cu  $x > y > z > t$ .
- 23.** Determinați numărul natural de forma  $\overline{ab}$  scris în baza 10 pentru care  $\overline{ab} = 5a + 3b$ .
- 24.** Fie  $\overline{abc}$  un număr natural de trei cifre, unde  $a, b, c$  sunt cifre impare consecutive.
- Scrieți cel mai mic număr de această formă.
  - Scrieți cel mai mare număr de această formă.
- 25.** Scrieți toate numerele naturale de trei cifre, formate cu cifre consecutive și ordonați-le crescător.
- 26.** a) Scrieți numerele naturale de două cifre distincte ce se pot forma cu cifrele 0, 2 și 7.  
b) Scrieți numerele naturale de două cifre ce se pot forma cu cifrele 1, 4 și 9.
- 27.** Determinați toate numerele naturale scrise în baza 10, știind că:
- $\overline{ab} = \overline{ba}$ ;
  - $\overline{ab7} = \overline{b7a}$ .
- 28.** Determinați  $x$ , știind că:
- $\overline{2x3} + 154 = 377$ ;
  - $\overline{1x7} \cdot 7 = 1\ 029$ .
- 29.** Aflați cifra  $a$ , știind că:  $\overline{aa} + a = 72$ .
- 30.** Aflați cifra  $a$  din sistemul zecimal care verifică egalitatea  $\overline{aaa} + \overline{aa} + a = 369$ .
- 31.** Determinați numerele naturale consecutive  $\overline{ab}$  și  $\overline{ac}$  pentru care  $\overline{ab} + \overline{ac} = 113$ .
- 32.** Determinați numerele naturale scrise în baza zece de forma  $\overline{ab}$  pentru care:
- $$\overline{ab} = 4 \cdot (a + b).$$

- 33.** Aflați numărul  $\overline{abcd}$  care verifică egalitatea:  $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 3\ 102$ .

### PE Aprofundare și performanță \*\*\*

- 34.** Verificați dacă următoarele egalități sunt adevărate:
- $\overline{aa} = 11a$ ;
  - $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$ ;
  - $\overline{a00a} = 1\ 001 \cdot a$ .
- 35.** Aflați toate numerele naturale de forma  $\overline{ab}$ , astfel încât 5 se împarte exact prin numărul  $(a + b)$ .
- 36.** Aflați cifrele  $a, b, c$  (în baza 10), știind că:  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$ .
- 37.** Calculați câte numere scrise în baza 10 de forma  $\overline{1a7}$  există. Dar de forma  $\overline{ab5}$ ?
- 38.** Mutați o singură cifră la locul potrivit pentru a obține egalitate:
- $\overline{VI} + \overline{IX} = \overline{XVII}$ ;
  - $\overline{X} - \overline{VI} = \overline{VI}$ ;
  - $\overline{CC} + \overline{IX} = \overline{CCXI}$ ;
  - $\overline{CXC} + \overline{I} = \overline{CCXI}$ ;
  - $\overline{MIX} + \overline{IX} = \overline{M}$ ;
  - $\overline{XL} - \overline{XV} = \overline{XIV} + \overline{IX}$ .
- 39.** Scrieți numerele naturale de forma  $\overline{xyz}$  cu  $x, y, z$  distincte și pentru care  $x + z = y, y \leq 4$ .
- 40.** Scrieți toate numerele naturale de forma  $\overline{xyzt}$  pentru care  $x + y = z + t = 4$ , iar  $x, y, z, t$  să fie distincte.
- 41.** Scrieți toate numerele naturale de forma  $\overline{xyzt}$  pentru care  $x + y + z = t$ , iar  $x, y, z, t$  să fie distincte și nenule,  $t < 7$ .
- 42.** Scrieți toate numerele naturale formate din trei cifre identice, astfel încât suma cifrelor să fie cuprinsă între 10 și 25.



## Unitatea 3. Puteri

### PE-PP 1. Puteri cu exponent natural ale unui număr natural



Dacă  $n$  este un număr natural,  $n \geq 2$ , atunci **puterea a  $n$ -a** a numărului natural  $a$  se notează cu  $a^n$  (citim „ $a$  la puterea  $n$ ”) și este prin *definiție*:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$$

unde  $a$  este **baza puterii**, iar  $n$ , **exponentul puterii**.

**Puterea zero** a numărului natural nenul  $a$  este prin definiție 1, notăm  $a^0 = 1$  și citim „ $a$  la puterea zero este egal cu unu”.

**Puterea întâi** a numărului natural  $a$  este  $a$ , notăm  $a^1 = a$  și citim „ $a$  la puterea întâi este egal cu  $a$ ”.

**Observație:** Nu se definește  $0^0$  sau, altfel spus,  $0^0$  nu are sens.

Operația prin care se obține puterea unui număr natural se numește **ridicarea la putere**.

Oricare ar fi numerele naturale  $a$ ,  $m$  și  $n$ ,  $a \neq 0$ , au loc următoarele **reguli de calcul**:



1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

- ← – Cum se înmulțesc două puteri care au aceeași bază?  
– Se scrie baza și se adună exponenții.

2.  $a^m : a^n = a^{m-n}$

- ← – Cum se împart două puteri care au aceeași bază?  
– Se scrie baza și se scad exponenții.

3.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

- ← – Cum se ridică o putere la altă putere?  
– Se scrie baza și se înmulțesc exponenții.

4.  $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

- ← – Cum se ridică un produs la o putere?  
– Se ridică fiecare factor al produsului la puterea respectivă.

5.  $(a : b)^m = a^m : b^m$

- ← – Cum se ridică un cât la o putere?  
– Se ridică fiecare factor al câtului la puterea respectivă.

**Observații:**

**Folosirea parantezelor și alte reguli de calcul**

• Dacă nu sunt paranteze, operațiile se efectuează de la stânga la dreapta, în următoarea ordine:

- 1) ridicările la putere;
- 2) înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care sunt scrise;
- 3) adunările și scăderile, în ordinea în care sunt scrise.

• Dacă sunt paranteze, se fac calculele din parantezele rotunde, apoi calculele din parantezele pătrate și în final se efectuează calculele din acolade.

• Pentru efectuarea rapidă a unor calcule se recomandă memorarea unor puteri ale numerelor 2, 3, 4 și 5.



$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$
$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$
$5^1 = 5$	$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$

**Exemplu:** Arătați că  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} < 2^{101}$ .

**Rezolvare:** Fie  $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$ .

Se calculează:  $2x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100} + 2^{101}$ .

Se efectuează  $2x - x = 2^{101} - 1 \Rightarrow x = 2^{101} - 1$  și cum  $2^{101} - 1 < 2^{101} \Rightarrow x < 2^{101}$ , adică  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} < 2^{101}$ .

**Observație:** Analog se calculează sumele de forma:  $1 + a + a^2 + \dots + a^n$ , unde  $a$  și  $n$  sunt numere naturale nenule.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere \*

1. a) Calculați:  $2^4$ ;  $3^3$ ;  $7^3$ ;  $8^2$ ;  $1^{2023}$ ;  $2\ 024^0$ ;  $5^4$ ;  $2\ 025^1$ ;  $11^3$ ;  $12^2$ ;  $10^3$ ;  $101^2$ ;  $17^2$ ;  $5^3$ ;  $2^7$ ;  $45^2$ ;  $67^2$ ;  $11^2$ .

b) Calculați:  $2^3 + 5^2$ ;  $3^2 - 2^3$ ;  $2^4 \cdot 5^2$ ;  $4^3 : 2^2$ ;  $3^2 \cdot 7 - 1$ .

c) Scrieți ca putere a lui 2 numerele: 4, 64, 16, 1, 8,  $4^2$ ,  $8^3$ ,  $64^5$ .

d) Scrieți ca putere a lui 3 numerele: 1, 81, 9,  $27^5$ ,  $9^{16}$ ,  $81^{14}$ .

2. Scrieți sub formă de putere:

a)  $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^0 \cdot 2$ ;

b)  $5^3 \cdot 5^5 \cdot 5 \cdot 5^{10}$ ;

c)  $27 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 81 \cdot 3^0$ ;

d)  $4^2 \cdot 8^3 \cdot 2^5 \cdot 16$ ;

e)  $47 \cdot 47^2 \cdot 47^5$ ;

f)  $5^0 \cdot 5^1 \cdot 5^2 \cdot 125 \cdot 625$ .

3. Calculați:

a)  $2^5 + 6^3$ ;

b)  $5^2 - 3^2$ ;

c)  $2^3 + 2^4 + 2^1$ ;

d)  $14^2 - 10^2 - 8^2$ ;

e)  $2^5 - 2^3 + 9^0$ ;

f)  $7^3 - 14^2 - 7^1$ ;

g)  $5^0 + 5^1 + 5^2$ ;

h)  $4^3 - 3^3 + 5^0$ ;

i)  $2^3 + 5^3 + 2 \cdot 3$ .

4. Efectuați:

a)  $(7 - 3)^3$ ;

b)  $(2 + 3)^2$ ;

c)  $12^2 - 5^2$ ;

d)  $40^2 + 30^2$ ;

e)  $50^2 - 30^2$ ;

f)  $2^4 + 3^2 \cdot 2 \cdot 5^0$ ;

g)  $5^2 - 3^2 + 4^2$ ;

h)  $15^2 - 2^2 \cdot 3^2$ ;

i)  $5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2$ .

5§§. Calculați:

a)  $2^{17} \cdot 2^{21}$ ;

b)  $3^{45} \cdot 3^{87} \cdot 3^{55}$ ;

c)  $7^{19} \cdot 7^{83} \cdot 7$ ;

d)  $2^{47} : 2^{39}$ ;

e)  $5^{108} : 5^{72}$ ;

f)  $2^{37} \cdot 2^{47} : 2^{50}$ ;

g)  $(10^{12})^{15}$ ;

h)  $(2^{17})^8 \cdot 2^{31}$ ;

i)  $3^{108} : (3^{15})^6$ ;

j)  $(3^7 \cdot 5^{12})^2$ ;

k)  $(2^{10} \cdot 3^7)^9 : (2^5 \cdot 3^6)^{10}$ .

6\*. Efectuați:

a)  $(5^{17} \cdot 5^{18} + 7^{23} : 7^{15}) : (7 \cdot 7^2 \cdot 7^5 + 5^{50} : 5^{15})$ ;

b)  $\left[ (2^{10})^8 + 6^5 \cdot 3^7 + 2^{3^2} \right] : \left[ (2^5)^{16} + 6^{12} : 2^7 + 2^9 \right]$ .

7. Pentru  $x = 5$  și  $y = 3$ , verificați dacă fiecare din următoarele egalități este adevărată:

a)  $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ; b)  $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ ; c)  $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ .

§§ Exercițiile marcate cu \* sunt facultative.

